

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

12 iulie 2023

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx - 2$ függvény, ahol m valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy bármely m valós szám esetén az $f(x) = 0$ egyenletnek két, különböző valós gyöke van!
- 5p b) Az $m = 2$ esetben, az f függvényhez rendelt parabola csúcsa a V pont és az Ox tengelyt az A , illetve a B pontokban metszi. Igazolja, hogy a VAB háromszög egyenlő oldalú!
- 5p c) Igazolja, hogy bármely m valós szám esetén az $f^{-1}(\{x_1, x_2\})$ halmaznak 4 eleme van, ahol az x_1 és x_2 az $f(x) = 0$ egyenlet gyökei és $f^{-1}(A) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in A\}$, $A \subset \mathbb{R}$.
2. Az ABC háromszögben $AB < BC$, a D és E pontok az AB , illetve az AC szakaszok felezőpontjai, az M pont a DE szakasz egy olyan pontja, amely különbözik a D és E pontoktól. Az N és P pontok az M pontnak a D , illetve az E pontok szerinti szimmetrikusai, valamint a Q pont a BM és CP egyenesek metszéspontja és a T pont a CM és BN egyenesek metszéspontja.
- 5p a) Igazolja, hogy a BN és CP párhuzamos egyenesek!
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy $AM^2 = PQ \cdot NT$.
- 5p c) Igazolja, hogy ha a BM félegyenes az ABC szög szögfelezője, akkor $2EQ = BC - AB$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. A valós számok halmazán értelmezett az $x * y = xy + |xy| - |x| - |y| + 1$ művelet.
- 5p a) Igazolja, hogy az $e = 1$ a „ $*$ ” művelet semleges eleme!
- 5p b) Igazolja, hogy $x * y \in [0, 1]$, bármely $x, y \in [0, 1]$ esetén!
- 5p c) Adott az $A = \{(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid a * x = a, \text{ bármely } x \in [b, +\infty) \text{ esetén}\}$ halmaz. Határozza meg az $a + b$ összeg minimumát, ahol $(a, b) \in A$.
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + 1}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy az f egy konkáv függvény!
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n - \left(f'\left(\frac{1}{n^2}\right) + f'\left(\frac{2}{n^2}\right) + f'\left(\frac{3}{n^2}\right) + \dots + f'\left(\frac{n}{n^2}\right) \right) \right) = 2$.
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy $\int_{\frac{2}{3}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x - f(x)}{x^3} dx = \frac{9}{8} + \ln 2$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

Az alábbiakban a VIII. osztály matematika tanterv egy részlete látható.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

| Clasa a VIII-a |
|---|
| 1.4. Identificarea unor figuri plane sau a unor elemente caracteristice acestora în configurații spațiale date <ul style="list-style-type: none">- Identificarea, construcția, notarea și citirea unor drepte concurente/paralele/necoplanare în configurații spațiale, cu exemplificare și în realitatea înconjurătoare- Identificarea, în configurații spațiale simple și în realitate, a pozițiilor relative ale unei drepte față de un plan- Identificarea pozițiilor relative a două plane în configurații spațiale simple și în realitatea înconjurătoare- Recunoașterea figurilor geometrice obținute în urma secționării unei piramide sau a unei prisme cu un plan paralel cu baza |
| 2.4. Reprezentarea, prin desen sau prin modele, a unor configurații spațiale date <ul style="list-style-type: none">- Reprezentarea prin desen sau prin modele a unor configurații spațiale în/din contexte reale- Utilizarea instrumentelor geometrice și a softurilor matematice pentru a desena diferite configurații spațiale- Utilizarea diferitelor mijloace didactice pentru a modela rezultate asociate relațiilor de paralelism și perpendicularitate în spațiu- Utilizarea convențiilor de notare și citire a configurațiilor spațiale- Reprezentarea, prin desen, a proiecțiilor și a unghiurilor- Clasificarea prismelor/piramidelor după forma bazei- Construirea înălțimii unei prisme sau a unei piramide |
| 3.4. Folosirea unor proprietăți de paralelism sau perpendicularitate pentru analiza pozițiilor relative ale dreptelor și planelor <ul style="list-style-type: none">- Utilizarea măsurilor unghiurilor și a distanțelor pentru stabilirea pozițiilor relative între drepte și/sau plane- Determinarea paralelismului în spațiu, între drepte și/sau plane cu ajutorul proprietăților relațiilor de paralelism și de perpendicularitate în configurații simple- Determinarea perpendicularității în spațiu, între drepte și/sau plane cu ajutorul proprietăților relațiilor de paralelism și de perpendicularitate în configurații simple |
| 4.4. Descrierea în limbaj matematic a elementelor unei configurații geometrice <ul style="list-style-type: none">- Construirea unor configurații geometrice cu drepte și plane aflate în relații de paralelism sau perpendicularitate- Verificarea validității unor afirmații legate de pozițiile relative ale dreptelor și/sau ale planelor prin exemple și contraexemple- Identificarea și utilizarea axiomelor, teoremelor directe/reciproce pentru rezolvarea de probleme în configurații spațiale simple- Evidențierea unor aspecte particulare sau a unor aspecte ce pot fi generalizate, referitoare la configurații spațiale |
| 5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea descrierii unor configurații spațiale și a calculării unor elemente metrice <ul style="list-style-type: none">- Argumentarea demersului de rezolvare a unei probleme de geometrie în spațiu- Adecvarea reprezentărilor configurațiilor spațiale la cerințele problemelor, în vederea optimizării rezolvării problemei- Optimizarea rezolvării de probleme prin utilizarea instrumentelor interactive de realizare a reprezentărilor geometrice (softuri matematice)- Analizarea/interpretarea unor situații din realitatea înconjurătoare și transpunerea lor în probleme de geometrie în spațiu |

6.4. Modelarea unor situații practice în limbaj geometric, utilizând configurații spațiale

- Formularea de ipoteze și de concluzii în probleme cu conținut practic legate de proiecții pe plan a unor puncte, drepte, segmente
- Verificarea validității unor rezultate, în cazul înlocuirii unor părți din ipoteză cu părți din concluzie
- Transpunerea unor situații date în limbajul specific geometriei, interpretarea rezultatelor obținute și corelarea răspunsului geometric cu restricțiile impuse de realitatea înconjurătoare

[...]

| Domeniu de conținut | Conținuturi |
|---------------------|--|
| Geometrie | <p>4. ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU</p> <ul style="list-style-type: none">• Puncte, drepte, plane: convenții de notare, reprezentări, determinarea dreptei, determinarea planului, relații între puncte, drepte și plane• Corpuri geometrice: piramida, piramida regulată, tetraedrul regulat; prismă dreaptă, paralelipiped dreptunghic, cub; cilindru circular drept; con circular drept; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări• Paralelism: drepte paralele, unghiul a două drepte, dreaptă paralelă cu un plan, plane paralele, aplicații: secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate; trunchiul de piramidă și trunchiul de con circular drept (descriere și reprezentare)• Perpendicularitate: drepte perpendiculare, dreaptă perpendiculară pe un plan, aplicații: înălțimea unei piramide, înălțimea unui con circular drept, distanța dintre două plane paralele, înălțimea prisme drepte, a paralelipipedului dreptunghic, a cilindrului circular drept, a trunchiului de piramidă/con circular drept; plane perpendiculare, aplicații: secțiuni diagonale, secțiuni axiale în corpurile studiate• Proiecții de puncte, de segmente și de drepte pe un plan; unghiul dintre o dreaptă și un plan, aplicație: lungimea proiecției unui segment; unghi diedru, unghi plan corespunzător diedrului; unghiul a două plane; plane perpendiculare• Teorema celor trei perpendiculare; calculul distanței de la un punct la o dreaptă; calculul distanței de la un punct la un plan; calculul distanței dintre două plane paralele |

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Felhasználva a fenti részletben található információkat, dolgozzon ki egy felmérőt, amellyel a megjelölt sajátos kompetenciák kialakulását/fejlődését méri fel „**A térmértan elemei. Merőlegesség**” tanítási egység végén. A felmérő tartalmazza öt ítemet: egy kiegészítő-, egy rövid válasz-, egy feleletválasztós-, egy strukturált kérdés- és egy feladatmegoldó típusú ítemet.

Minden javasolt ítem esetén:

- nevezze meg a felmériendő sajátos kompetenciát;
- nevezze meg azt a tanulási tevékenységet, amelynek keretén belül ez az ítem alkalmazható;
- írja le ezen típusú ítem alkalmazásának egy előnyét;
- írja le ezen típusú ítem alkalmazásának egy hátrányát;
- tartsa be az ítemtípus formai követelményét;
- tartsa be a tudományos helyességet, beleértve a várható választ is.