



V. Országos Magyar Matematikaolimpia

XXXII. EMMV

megyei szakasz, 2023. február 4.

VI. osztály

1. feladat. Határozd meg az A és B halmaz elemeit, ha egyidejűleg teljesítik a következő feltételeket:

- i) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- ii) $A \cap B = \{4, 5\}$
- iii) $8 \in A \setminus B$
- iv) az A halmaz elemeinek összege 22.

2. feladat. Határozd meg azt a legkisebb \overline{abcd} alakú természetes számot, amelyre

$$\frac{\overline{ab}}{80} = \frac{c}{8} = \frac{\overline{cd}}{92}.$$

3. feladat. Legyenek AA' , BB' , CC' az O pontban összefutó egyenesek úgy, hogy az A és B pontok ugyanabban a félsíkban vannak a CC' egyeneshez képest, és a B pont az \widehat{AOC} belső tartományában helyezkedik el. Továbbá legyen OM az \widehat{AOB} , OM' az $\widehat{A'OB'}$, OP a \widehat{BOC} és OP' a $\widehat{B'OC'}$ szögfelezője.

- a) Számítsd ki az $\widehat{AOP'}$, \widehat{MOB} , $\widehat{POC'}$ és $\widehat{M'OA'}$ szögek mértékének összegét.
- b) Ha $\widehat{MOP} = 72^\circ$, számítsd ki az $\widehat{AOC'}$ mértékét.

4. feladat. A d egyenesen felvesszük az $A_0, A_1, A_2, \dots, A_9, A_{10}$ pontokat ebben a sorrendben úgy, hogy

$$A_0A_1 = \frac{2}{3}A_0A_{10}, \quad A_1A_2 = \frac{2}{3}A_1A_{10}, \dots, \quad A_8A_9 = \frac{2}{3}A_8A_{10}.$$

Tudva, hogy az A_0A_{10} szakasz hossza 3^9 m, számítsd ki:

- a) az A_1A_2 és A_3A_4 szakaszok hosszát,
- b) az MN szakasz hosszát, ahol M és N az A_1A_2 , illetve A_3A_4 szakaszok felezőpontjai,
- c) $1 + 3 + \dots + 3^8$ összeget.