



Országos Matematika Olimpia
Megyei forduló - 2023. március 11.

VII. OSZTÁLY

1. feladat. Határozd meg azokat az (x, y) valós számpárokat, amelyekre

$$3 \cdot \left\{ \frac{3x+2}{3} \right\} + 4 \cdot \left[\frac{4y+3}{4} \right] = 4 \cdot \left\{ \frac{4y+3}{4} \right\} + 3 \cdot \left[\frac{3x+2}{3} \right] = 18.$$

Az $\{a\}$ és $[a]$ az a valós szám törtrészét és egészrészét jelöli.

Gazeta Matematică

2. feladat. Határozd meg az a, b, c, d egész számokat, ha egyszerre teljesül az $a + b + c = 2d$ és az $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} = d^2$ feltétel!

3. feladat. Az $ABCD$ négyzet CD oldalának felezőpontja M . A C pontból a BM egyenesre húzott merőleges a BM és AB egyeneseket az N , illetve E pontban metszi. A BM egyenes az AD egyenest a P pontban metszi, az F pont a BN szakasz felezőpontja. Igazold, hogy:

- a) A CBE és BAP háromszögek kongruensek!
- b) Az AN és DF szakaszok kongruensek és merőlegesek egymásra!

4. feladat. Az ABC háromszögben $\widehat{ABC} = 90^\circ$ és $\widehat{BCA} = 30^\circ$. Legyen AD a \widehat{BAC} szögfelezője, $D \in BC$, és $BE \perp AC$, $E \in AC$. Legyen M az AD és BE egyenesek metszéspontja, P a CM szakasz felezőpontja.

Igazold, hogy $AC = 4 \cdot DP$.

Munkaidő 3 óra + 30 perc a feladatok kijelentésével kapcsolatos kérdések megválaszolására.

Minden feladatra 7 pont szerezhető.