



MINISTERUL EDUCAȚIEI



## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ - 11 martie 2023  
Secțiunea H2

FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică: profilul Real – specializarea Științe ale Naturii

Clasa a X -a

### Subiectul 1.

Se consideră șirul  $(z_n)_{n \geq 1} \subset \mathbb{C}$ , definit astfel:  $z_n = (1+i)^n + (1-i)^n$ , unde  $i^2 = -1$ .

a) Demonstrați că  $z_n \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

b) Calculați suma  $S = \sum_{k=1}^{2023} z_k$ .

### Subiectul 2.

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \left(\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}}\right)^x + a \cdot \left(\sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}\right)^x, a \in \mathbb{R}$ .

a) Pentru  $a = 1$  demonstrați că  $f$  este funcție pară.

b) Pentru  $a = -2$  rezolvați ecuația  $f(x) = -1$ .

### Subiectul 3.

Să se demonstreze că  $x \log_2(2^y + 2^z) + y \log_2(2^z + 2^x) + z \log_2(2^x + 2^y) \leq 2(x^2 + y^2 + z^2)$ , pentru orice numere  $x, y, z \geq 1$ .

### Subiectul 4.

Două puncte mobile  $A, B$  se deplasează în reperul cartezian  $(xOy)$  după traiectoriile  $y_A = \log_5(7^x - 2)$  și respectiv  $y_B = \log_7(5^x + 2)$ . Să se determine la ce distanță de originea  $O$  a reperului se întâlnesc cele două puncte mobile.

Notă: Timp de lucru 3 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7