



CONCURSUL NAȚIONAL  
DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
"ADOLF HAIMOVICI"  
ETAPA JUDEȚEANĂ – 11 martie 2023  
Secțiunea H1



IX. Osztály

1. Feladat

Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2m+5}{5-2m}x + 2, m \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{2}\right\}$  függvény.

- Határozd meg a legnagyobb  $m$  egész számot, amelyre az  $f$  függvény szigorúan növekvő!
- Az  $m=2$  esetén határozd meg a  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$  függvényt, amelyre teljesül az  $(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = 18x - 6, (\forall) x \in \mathbb{R}$  összefüggés!

2. Feladat

Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény, amelyre teljesül az  $5f(x) + 2f(-x) = 2x^3 + 5x$  összefüggés, bármely  $x$  valós szám esetén.

- Határozd meg az  $f$  függvényt!
- Igazold, hogy az  $f$  függvény egy páratlan függvény!
- Számítsd ki az  $S = f(-100) + f(-99) + f(-98) + \dots + f(99) + f(100)$  összeget!

3. Feladat

Adott a  $(\sin a + \sin b)x^2 - 2(\cos a + \cos b)x - \sin a - \sin b = 0$  egyenlet, ahol  $a, b \in (0, \frac{\pi}{2}]$ .

- Igazold a  $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2 = 4\cos^2 \frac{a-b}{2}$  azonosságot!
- Igazold, hogy az egyenletnek bármely  $a, b \in (0, \frac{\pi}{2}]$  esetén, különböző valós megoldásai vannak!
- Határozd meg az  $a+b$  összeg értékét tudva azt, hogy  $x_1^2 + x_2^2 = 2$ , ahol  $x_1$  és  $x_2$  az egyenlet gyökei!

4. Feladat

Egy turisztikai tájékoztató verseny kezdetén a résztvevőkkel közlik a követendő útvonalat: a P kiindulási ponttól 500 métert északra, majd 300 métert keletre, 900 métert délre és 600 métert nyugatra, végül megérkeznek az S célpontba. Legyen egy  $P$  kezdőpontú koordináta-rendszer, amelyben a  $P_x$  tengely nyugat-keleti irányban (keleti irányítással) és a  $P_y$  tengely dél-északi irányban (északi irányítással).

- Ábrázold a koordináta-rendszerben 1:10 000 méretarányban egy versenyző által megtett teljes útvonalat, és határozd meg az S célpont koordinátáit!
- Az ábra alapján számítsd ki a  $\overrightarrow{PS}$  vektor modulusát!
- Egy versenyző a teljes pályát 5km/h állandó sebességgel teszi meg, míg egy bíró csak a  $|\overrightarrow{PS}|$  távot teszi meg 1,25km/h állandó sebességgel. Határozd meg, hogy a kettő közül melyikük érkezik meg elsőnek az S pontba!