



# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘIETAPA JUDEȚEANĂ - 11 martie 2023  
Secțiunea H2FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică: profilul Real – specializarea Științe ale Naturii

## IX. Osztály

### 1. Feladat

a) Adottak az  $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{|x^2 - 16|}{|5x - 8| - 13} \leq 0 \right\}$  és  $B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{\frac{5-x}{36}} \in \mathbb{Q} \right\}$  halmazok.

Határozd meg az  $A \cap B$  halmaz elemeit!

b) Oldd meg a  $9x^2 + y^2 = 12x + 7y$  egyenletet, ha  $x$  és  $y$  egész számok!

### 2. Feladat

Adottak az  $(a_n)_{n \geq 1}$  és  $(b_n)_{n \geq 1}$  sorozatok, ahol  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = \frac{5a_n + 3}{a_n + 3}$ ,  $b_n = \frac{a_n - 3}{a_n + 1}$ , bármely  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén.

a) Igazold, hogy a  $(b_n)_{n \geq 1}$  sorozat egy mértani haladvány és határozd meg a  $(b_n)_{n \geq 1}$  sorozat általános tagjának képletét!

b) Igazold, hogy  $a_n \geq 2$ , bármely  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén!

### 3. Feladat

Két medencét vízzel töltenek meg, mindkettőt más-más csapon keresztül. Az első medence csapjának áramlási sebessége az első órában  $a$  liter/óra. A második órában az áramlás a felére csökken. A harmadik órában az áramlás ismét megfeleződik az előzőhöz képest, és így tovább, minden órában.

A második medence csapjának áramlási sebessége az első órában szintén  $a$  liter/óra. A második órában az áramlás megduplázódik, a harmadik órában az előzőhöz képest megduplázódik, és így tovább. Ha tudjuk, hogy a két csap ugyanannyi óra alatt tölti meg a medencéket, határozd meg a két medence térfogatának arányát.

### 4. Feladat

Adott az  $ABCD$  téglalap és az  $ABE$  derékszögű háromszög, amelyben  $\sphericalangle A = 90^\circ$ . Tudva azt, hogy  $\overline{DA} = \overline{AE}$ ,  $\overline{EN} = 2\overline{NB}$  és  $EC \cap AB = \{M\}$ , akkor:

a) Igazold, hogy a  $D$ ,  $M$  és  $N$  kollineáris pontok!

b) Ha  $M$  az  $EDB$  háromszög ortocentruma,  $P$  a  $DN$  szakasz felezőpontja és  $Q$  az  $EF$  szakasz felezőpontja, ahol  $\{F\} = EC \cap DB$ , igazold, hogy  $\overline{MP} + \overline{MF} + \overline{MN} + \overline{MQ} = \vec{0}$ .