

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR
19 iulie 2023

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

I. FELADATSOR

(60 pont)

1. Adott az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány, amelyben az állandó különbség nullától különböző és bármely n nemnulla természetes szám esetén $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.
- 7p a) Igazolja, hogy $2S_{25} = 25(a_5 + a_{21})$.
- 8p b) Határozza meg az a_1 , a_3 és a_{10} számokat tudva azt, hogy ezek ebben a sorrendben mértani haladványban vannak és az összegük egyenlő 134.
2. Adott az $ABCD$ trapéz, amelyben $AB \parallel CD$, $AB > CD$ és az M pont az AB oldalnak azon pontja, amelyre $AMC\Delta \equiv DMB\Delta$.
- 7p a) Igazolja, hogy az M pont az AB oldal felezőpontja!
- 8p b) Bizonyítsa be, hogy $\frac{CN}{MN} = \frac{OD}{MD}$, ahol $AC \cap DB = \{O\}$ és $AD \cap BC = \{N\}$.
3. Adott az $f = X^3 - X^2 + aX + b$ polinom, ahol a és b valós számok, $a - b \neq -2$.
- 7p a) Határozza meg azt a b valós számot, amelyre $\frac{1}{1+x_1} + \frac{1}{1+x_2} + \frac{1}{1+x_3} = 1$, ahol x_1 , x_2 és x_3 az f polinom gyökei!
- 8p b) Tudva azt, hogy az f polinom x_1 , x_2 és x_3 gyökei nullánál nagyobb vagy egyenlő valós számok, bizonyítsa be, hogy $a + b \leq \frac{8}{27}$.
4. Adott az $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x+1)$ függvény.
- 7p a) Igazolja, hogy $f(x) \leq x$, bármely $x \in (-1, +\infty)$ esetén!
- 8p b) Adott az $a \in (0, 1)$ valós szám. Minden n természetes szám esetén, adott az $I_n = \int_a^1 \frac{f(x^{2n})}{x^n} dx$ szám. Igazolja, hogy $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

Az alábbiakban a VIII. osztály matematika tanterv egy részlete látható.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare.

Clasa a VIII-a
<p>1.1. Recunoașterea apartenenței unui număr real la o mulțime</p> <ul style="list-style-type: none">- Reprezentarea pe axa numerelor a intervalelor de numere reale- Reprezentarea pe axa numerelor a intervalelor făcând legătura între tipurile de intervale și submulțimile drepte- Identificarea apartenenței unui element la o mulțime definită printr-o proprietate a elementelor ei

<p>2.1. Efectuarea unor operații cu intervale numerice reprezentate pe axa numerelor sau cu mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor ei</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reprezentarea pe axa numerelor a intersecției a două intervale - Reprezentarea pe axa numerelor a reuniunii a două intervale cu intersecția nevidă - Verificarea faptului că un număr este soluția unei inecuații - Verificarea apartenenței unui obiect la o mulțime pe baza unei/unor proprietăți a/ale elementelor acesteia
<p>3.1. Utilizarea unor procedee matematice pentru operații cu intervale și rezolvarea inecuațiilor în \mathbb{R}</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aproximarea numerelor reale pentru reprezentarea unor intervale - Reprezentarea unui interval sub forme echivalente (notație, reprezentarea pe axa numerelor) - Transformarea unei inecuații într-o inecuație echivalentă folosind proprietățile relației de ordine
<p>4.1. Folosirea terminologiei aferente noțiunilor de mulțime, de interval numeric și de inecuații</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea terminologiei specifice intervalelor de numere reale în contexte interdisciplinare - Rezolvarea unei inecuații de forma $ax + b < c$, (\leq), unde $a \in \mathbb{R}^*$, $b, c \in \mathbb{R}$ - Selectarea, dintr-o mulțime dată, a elementelor care verifică o condiție suplimentară
<p>5.1. Interpretarea unei situații date utilizând intervale și inecuații</p> <ul style="list-style-type: none"> - Rezolvarea unor inecuații de forma $ax + b < 0$, $(>, \leq, \geq)$, unde $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}$ - Descrierea mulțimii soluțiilor unei probleme printr-o proprietate care le caracterizează - Rezolvarea de inecuații de forma $\frac{a}{bx + c} < 0$, $(>, \leq, \geq)$, unde $a, b \in \mathbb{R}^*$, $c \in \mathbb{R}$
<p>6.1. Rezolvarea unor situații date, utilizând intervale numerice sau inecuații</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estimarea erorii unui calcul aproximativ cu numere reale - Utilizarea de estimări pentru a compara/ordona numere reale în diferite contexte - Modelarea unei situații concrete utilizând inecuații studiate - Interpretarea soluțiilor unei inecuații în rezolvarea unor probleme concrete

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Mulțimi. Numere	<p>1. INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN \mathbb{R}</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor • Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor; intersecția și reuniunea intervalelor • Inecuații de forma $ax + b \geq 0$, $(\leq, <, >)$, unde $a, b \in \mathbb{R}$

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

A fenti részletben található információkat felhasználva, dolgozzon ki három itemet: egy kiegészítő-, egy feleletválasztós- és egy strukturált kérdés típusú itemet, amelyekkel az „Intervallumok. Egyenlőtlenségek \mathbb{R} -ben” tanítási egység végén felmér.

Az itemek kidolgozásakor vegye figyelembe a következő szempontokat:

- a felmérendő sajátos kompetencia megnevezése;
- a tanulási tevékenység megnevezése, amelynek keretén belül alkalmazható ez az item;
- mindegyik kidolgozott itemtípus formai követelményeinek betartása;
- a várható válasz kidolgozása (javítókulcs);
- a tartalom tudományos helyessége.